# משפט

אם אזי קיים כך ש

המספרים הרציונאלים צפופים ב

## הוכחה

אם אזי ברור ש ובנוסף לכך . מתקיים ולכן לפי חוק ארכימדס קיים כך ש ז"א . יהי m המספר הטבעי הכי קטן כך ש. אזי . אזי . לכן . עכשיו:

# משפט

אזי אם ורק אם

## הוכחה

משני אלה ביחד מתקיים:

עכשיו נניח ש, אזי בטוח ש, אזי נניח שזה לא נכון ש דהינו , אבל אז זה עומד בסתירה למה שהוכחנו קודם.

# דוגמה

נתבונן

חסומה מלעיל (למשל ע"י 2). נוכיח שלא קיים מספר רציונאלי שהוא חסם מלעיל ל:

ע"פ אקסיומת השלמות קיים .

טענה:

הוכחה: ברור ש שכן . יהי אזי על פי ההגדרה של ולכן לכן הוא חסם מלעיל ל ולכן .  
נניח אזי ואז קיים כך ש ואז מתקיים לכן ולכן יש לנו סתירה לכך שT הינו חסם מלעיל ל שכן . לכן ההנחה ש לא נכונה וחייב להתקיים

טענה: לא קיים

הוכחה: נניח בניגוד לטענה שקיים . כיוון ש הינו חסם מלעיל ל וגם . ברור ש אבל הוכחנו כבר ש לכן קיים כך ש

מכאן ש הינו חסם מלעיל ל שכן גדול מ שהוא חסם מלעיל ל() קטן מ. הסתירה מוכיחה שההנחה אינה נכונה.

(לא חלק מהקורס)

מה החסמים של קבוצה ריקה?

: x הינו חסם מלעיל ל ⬄ לכל מכאן רואים שכל הינו חסם מלעיל ולכן

ערך מוחלט

# הגדרה

1. אי שוויון המשולש:

# הגדרה

= הd סביב a

סדרות

# הגדרה

סדרה הינה פונקציה המוגדרת על המקבלת ערכים ב

# דוגמאות:

# הגדרה

סדרה נקראת חסומה אם קיים M כך ש לכל n

סדרה מתכנסת

# הגדרה

תהי סדרה. נגיד ש מתכנסת אם גבול a אם לכל קיים כך שאם אזי

*נתבונן בסדרה =>*

*עבור קיים אזי ואם*

**סדרה שאינה מתכנסת נקראת מתבדרת**

משפטים על סדרות

1. לסדרה מתכנסת קיים רק גבול אחד.  
   הוכחה: נניח של יש שני גבולות שונים . לפי ההגדרה קיים כך שאם אזי וגם קיים כך שאם אזי

מכאן

*אפשר גם להוכיח בצורה גיאומטרית – לא יכול להיות שa שואף לשני מקומות*

1. אם לכל אזי הוכחה: יהי \ קח = אזי אם ז"א אזי
2. אם ו עבור אזי גם   
   הוכחה: יהי . צ"ל שקיים n כך שאם אזי . ידוע לנו ש ולכן קיים כך שאם אזי   
   נקח אזי אם ולכן
3. אם אזי   
   הוכחה: יהי צ"ל שקיים N כך שאם אזי   
   ההנחה לכן קיים N כך שאם מתקיים ומכאן
4. אם וגם אזי   
   הוכחה: יהי . קיים כך ש, . קיים כך ש2, . קיים אזי אם מתקיים